



Кубанский государственный
аграрный университет им. И. Т. Трубилина

Лекция 4 по дисциплине: «Основания и фундаменты сооружений» Специальность - 08.05.01 Строительство уникальных зданий

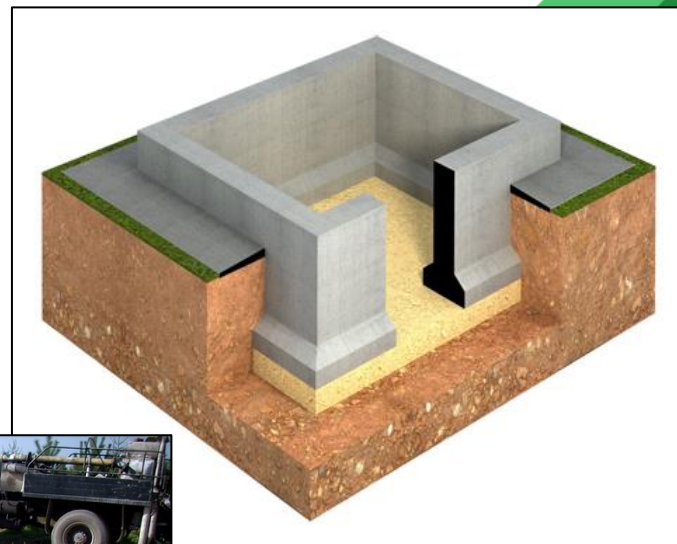
Полищук А. И.
заведующий кафедрой
оснований и фундаментов,
д-р техн. наук, профессор



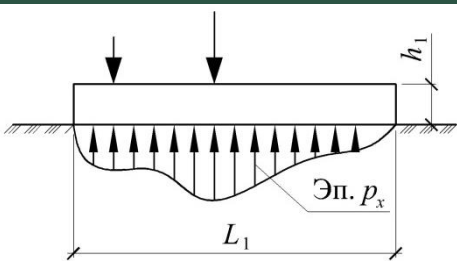
ЛЕКЦИЯ 4. Основы проектирования гибких фундаментов на упругом основании

Основные положения

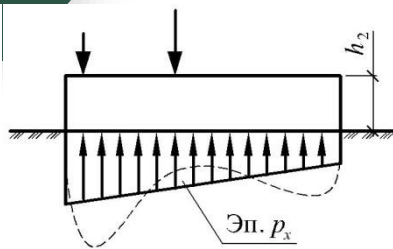
Основные виды гибких фундаментов



Основные положения



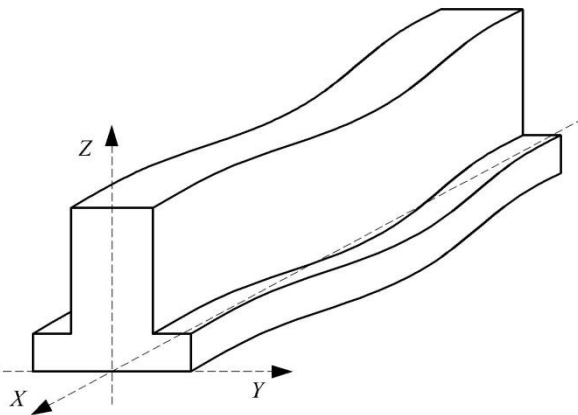
Гибкий фундамент



Жесткий фундамент

При проектировании по условиям работы различают два вида фундаментов: **гибкие фундаменты**, работающие совместно со сжимаемым основанием и рассчитываемые на прочность при изгибе; **жесткие фундаменты** (массивные), проектируемые по предельным состояниям основания и не рассчитываемые на изгиб.

Ленточные фундаменты большой длины в направлении оси X бывают обычно гибкими, а в направлении оси Y – жесткими. Это зависит от угла рассеивания напряжений.



К **гибким фундаментам** также относятся сплошные железобетонные ленты, плиты, коробчатые плиты, фундаменты под отдельные опоры. Для ориентировочной оценки используют параметр h/L (h , L – соответственно высота и длина плиты, балки). При

$$\frac{h}{L} < \frac{1}{3} \quad \text{– фундамент гибкий} \quad (4.1)$$

Есть и другие методы оценки жесткости плит, балок, например, по М. И. Горбунов-Посадов:

$$\Gamma = 10 \frac{E_0 \cdot L^3}{E \cdot h^3} \quad (4.2)$$

E_0, E – соответственно модуль общей деформации основания и модуль упругости материала фундамента, кПа;

L, h – соответственно длина и высота плиты, балки, м.

Для расчета гибких фундаментов используются те или иные теории расчета балок (плит), опирающиеся на основание, называемое **упругим**, иногда **линейно-деформируемым**. Это обусловлено тем, что расчеты строятся на решениях теории упругости.

ЛЕКЦИЯ 4. Основы проектирования гибких фундаментов на упругом основании

Роль отечественных ученых в разработке методов расчета

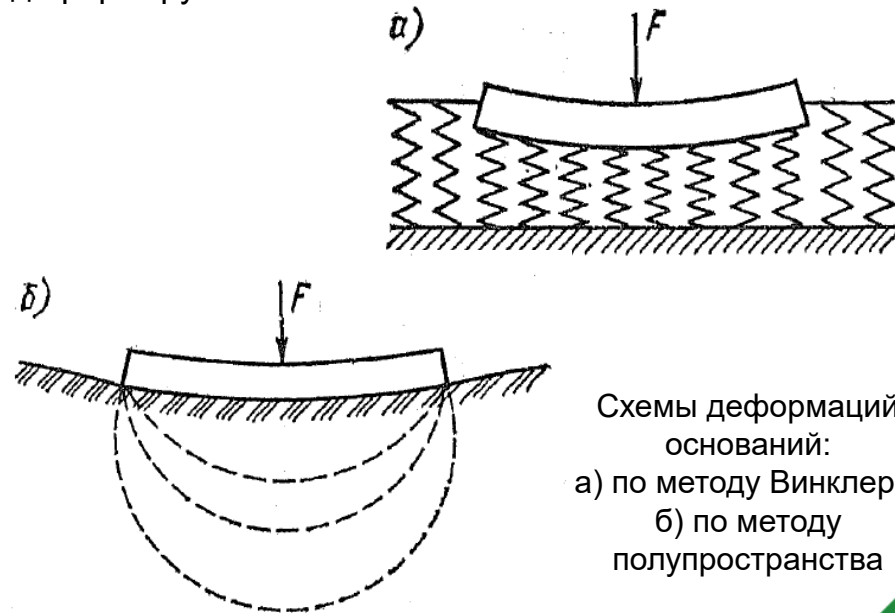
В настоящее время наибольшее применение в практике проектирования гибких фундаментов находят три метода:

- метод прямолинейной эпюры;
- метод местных упругих деформаций;
- метод общих упругих деформаций или линейно-деформируемого (упругого) полупространства.

1. Профессора **Н. П. Пузыревский** и **А. Н. Крылов** разработали «метод начальных параметров», значительно упрощающий расчеты гибких фундаментов по теории местных упругих деформаций.

2. Профессора **Г. Э. Проктор**, **Н. М. Герсеванов**, **М. И. Горбунов-Посадов**, **Б. Н. Жемочкин** и **А. П. Сеницын**, **И. А. Симвулиди** и др. внесли значительный вклад в развитие метода общих упругих деформаций (на линейно-деформируемом основании).

3. Профессора **П. Л. Пастернак**, **В. З. Власов**, **Г. К. Клейн**, **Б. Г. Коренев** и др. предложили методы расчета фундаментных балок и плит на сжимаемом основании, характеризуемых двумя коэффициентами деформируемости.



Схемы деформаций оснований:
а) по методу Винклера;
б) по методу полупространства

ЛЕКЦИЯ 4. Основы проектирования гибких фундаментов на упругом основании

Метод прямолинейной эпюры

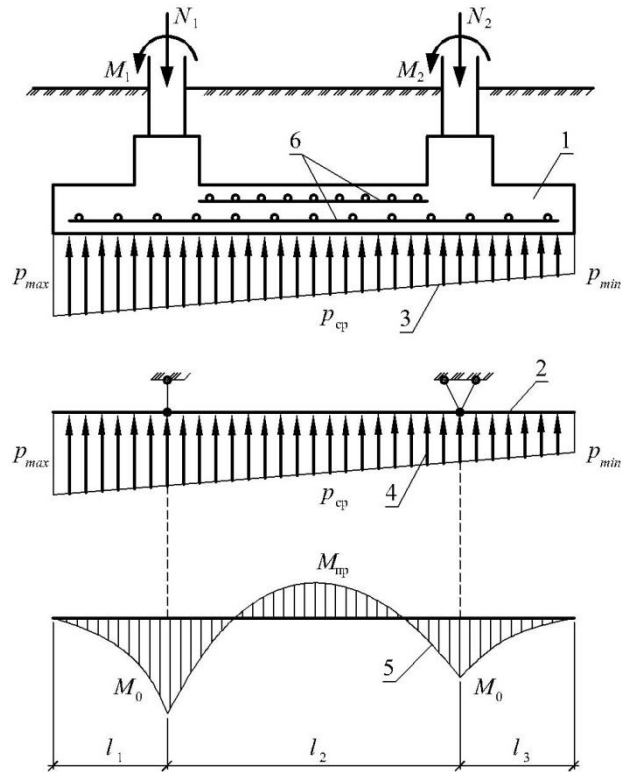


Схема к расчету гибкого фундамента по прямолинейной эпюре:

- 1 – монолитный железобетонный гибкий фундамент;
- 2 – балка двухпролетная (расчетная схема);
- 3 – прямолинейная эпюра давления по подошве;
- 4 – распределенная нагрузка;
- 5 – эпюра изгибающих моментов;
- 6 – рабочая арматура

Сущность метода заключается в том, что эпюра давления по подошве фундамента **принимается прямолинейной** как для жесткого фундамента. Она может быть прямоугольной, трапециевидной. При этом:

- для прямоугольного фундамента ($M_1 = M_2 = 0$):

$$p_{cp} = \frac{N_1 + N_2}{A}, \quad (4.3)$$

$$p \leq R \quad (4.4)$$

- для трапециевидного фундамента (M_1 и $M_2 \neq 0$):

$$p_{\max} = \frac{N_1 + N_2}{A} \pm \frac{M_1 + M_2}{W}, \quad (4.5)$$

$$p_{\max} \leq 1,2R, \quad (4.6)$$

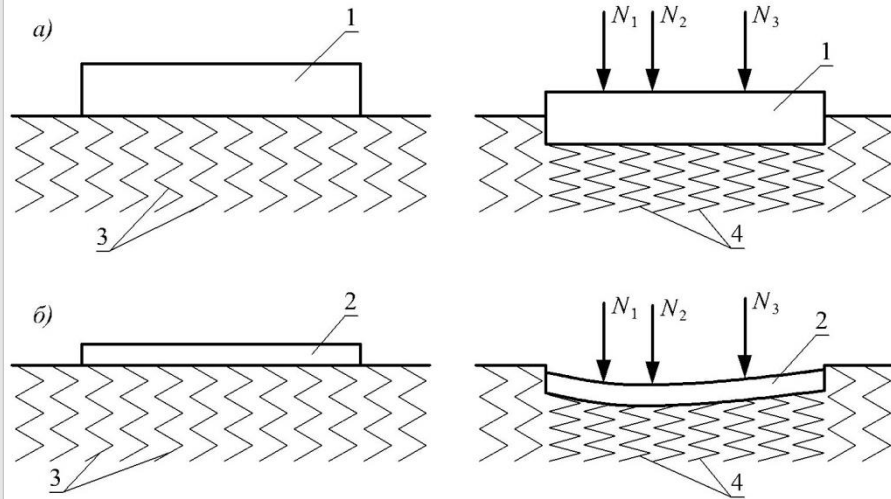
$$p_{\min} \geq 0, \quad (4.7)$$

Строим эпюру моментов в сечениях, определяем площадь рабочей арматуры и армируем фундамент. Метод имеет **ограниченную область применения**, так как является приближенным. Может использоваться:

- для предварительных размеров подошвы фундаментов и их армирования;
- при проектировании гибких фундаментов на сильно сжимаемых грунтах, когда их деформации практически не влияют на перераспределение контактных давлений.

ЛЕКЦИЯ 4. Основы проектирования гибких фундаментов на упругом основании

Метод местных упругих деформаций



Схемы к расчету основания и фундамента по методу местных упругих деформаций:

а, б – соответственно для жесткого и гибкого фундамента;
1, 2 – жесткий и гибкий фундаменты; 3 – основание до приложения внешней нагрузки; 4 – то же после приложения N

Метод базируется на **гипотезе Винклера** (1867 г.), которая связывает величину осадки основания в каждой точке с давлением по подошве p . основным уравнением в методе местных упругих деформаций будет:

$$z = \frac{p_x}{C_z}, \quad (4.8)$$

где z – упругая осадка в месте приложения нагрузки; p_x – давление по подошве фундамента; C_z – коэффициент упругого основания или коэффициент постели.

Метод не учитывает общих деформаций за пределами поверхности нагружения основания. Это позволяет рассматривать упругое основание в виде несвязных между собой пружин. Осадка фундамента за пределами подошвы фундамента равна 0.

Коэффициент C_z имеет размерность кН/м³ (тс/м³) и принимается для рассматриваемого грунта постоянным. Однако C_z зависит от давления p , а также площади подошвы A . При этом чем больше A , тем меньше C_z . Коэффициент постели определяется по справочным данным либо аналитическим или эмпирическим зависимостям. Параметр C_z находится в пределах (при $p = 0,2$ кгс/см²):

- пески пылеватые, мелкие, средней крупности $C_z = 0,8-1,6$ кгс/см³;
 - глинистые грунты (супеси, суглинки, глины) $C_z = 0,5-3,0$ кгс/см³.
- С данными о параметре C_z можно ознакомиться в работах **Н. А. Цытовича** (1963 г.), **О. А. Савинова** (1955 г.) и др.

ЛЕКЦИЯ 4. Основы проектирования гибких фундаментов на упругом основании

Метод местных упругих деформаций

Основная сущность **расчета гибких фундаментов** (на упругом основании) заключается в отыскании неизвестного закона распределения контактного давления p_x по подошве фундаментов. Для этого запишем дифференциальное уравнение изгиба фундаментной балки и представим его в виде:

$$EI \frac{d^4 z}{dx^4} = -p_x, \quad (4.9)$$

где EI – жесткость балки; z – прогиб в точке с координатой x ; p_x – давление в той же точке

В уравнении (4.9) две неизвестные функции: одна – уравнение изогнутой оси балки $z = f(x)$; вторая закон распределения давления $p_x = f(x)$. Решение (4.9) может быть получено при использовании второго уравнения (4.8). Тогда запишем:

$$EI \frac{d^4 z}{dx^4} = -C_z \cdot z, \quad (4.10)$$

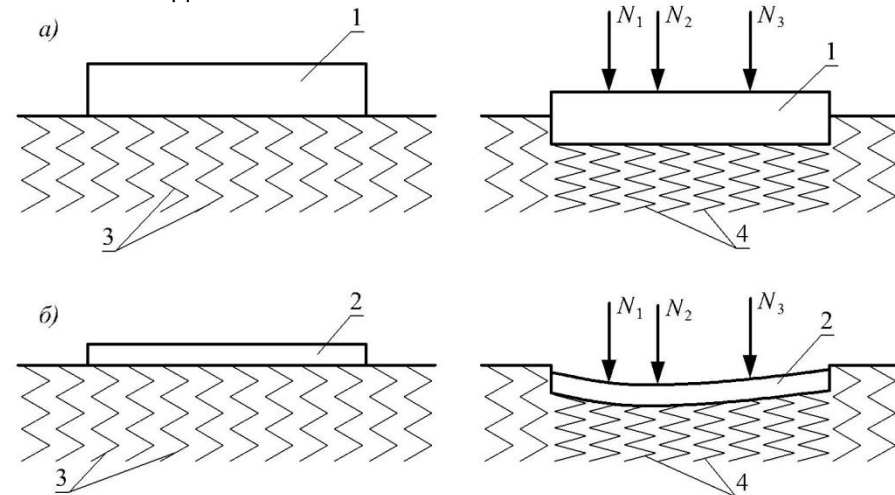
Выражение (4.10) есть дифференциальное **уравнение изгиба фундаментной балки** на упругом основании по методу местных упругих деформаций. Решение (4.10) может быть представлено в виде:

$$z = e^{\alpha x}(c_1 \cos \alpha x + c_2 \sin \alpha x) + e^{-\alpha x}(c_3 \cos \alpha x + c_4 \sin \alpha x) \quad (4.11)$$

где x – текущая координата; z – прогиб балки в точке с координатой x ;
 $\alpha = \sqrt[4]{C_z b(4EI)}, \quad (4.11a)$

Решая (4.11), определяют M_x , Q_x , при необходимости меняют EI .

параметр α – линейная характеристика балки;
 b , l – ширина и длина фундаментной балки;
 $\alpha l < 0,75$ – короткие жесткие балки;
 $0,75 < \alpha l < 3$ – короткие гибкие балки;
 $\alpha l > 3$ – длинные гибкие балки.



Схемы к расчету основания и фундамента по методу местных упругих деформаций:

а, б – соответственно для жесткого и гибкого фундамента;
 1, 2 – жесткий и гибкий фундаменты; 3 – основание до приложения внешней нагрузки; 4 – то же после приложения N

ЛЕКЦИЯ 4. Основы проектирования гибких фундаментов на упругом основании

Метод местных упругих деформаций

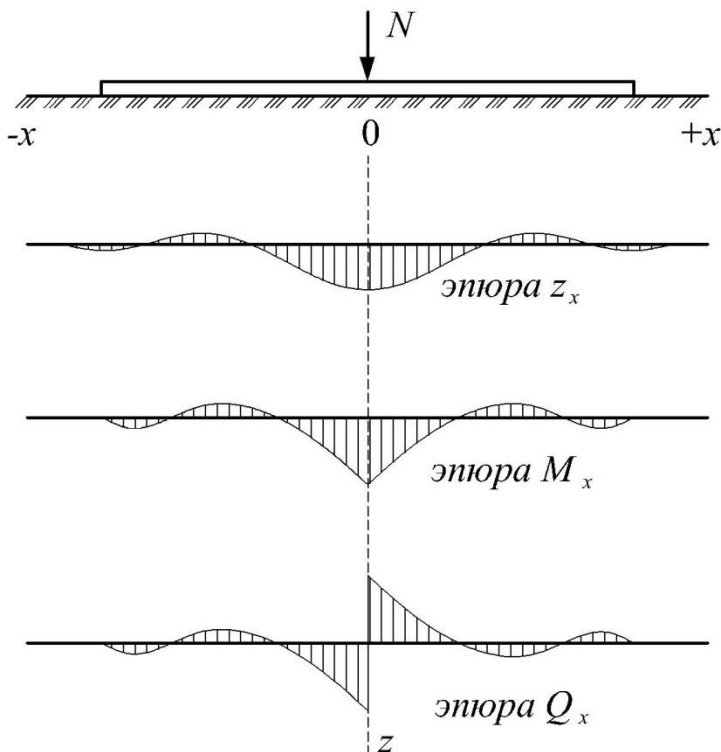


Схема эпюр прогибов z_x , изгибающих моментов M_x и перерезывающих сил Q_x для фундаментной балки (бесконечной)

Рассмотрим изгиб бесконечных, полубесконечных фундаментных балок на упругом основании как наиболее простые для понимания результатов расчета.

Определим постоянные интегрирования c_1, c_2, c_3, c_4 для уравнения:

$$z = e^{\alpha x}(c_1 \cos \alpha x + c_2 \sin \alpha x) + e^{-\alpha x}(c_3 \cos \alpha x + c_4 \sin \alpha x) \quad (4.11)$$

После подстановки $x = \infty; z = 0$, получим:

$$z = e^{-\alpha x}(c_3 \cos \alpha x + c_4 \sin \alpha x) \quad (4.12)$$

В точке приложения N при $x = 0$ первая производная по z также равна 0, т.е. $dz/dx = 0$. Берем первую производную от (4.12) как от произведения функций:

$$z' = -\alpha[e^{-\alpha x}(c_3 \cos \alpha x + c_4 \sin \alpha x + c_3 \sin \alpha x + c_4 \cos \alpha x)] \quad (4.12a)$$

$$\text{При } x = 0; z' = 0 \text{ получим } c_3 = c_4 \quad (4.12b)$$

Обозначим $c = c_3 = c_4$, тогда будем иметь:

$$z = e^{-\alpha x}c(\cos \alpha x + \sin \alpha x) \quad (4.13)$$

Для определения c воспользуемся условием, что при $x = 0, Q_x = N/2$. Кроме того, $EI \cdot z''' = -Q_x$. Тогда, дифференцируя (4.13), после несложных последующих преобразований, получим:

$$C = \frac{N}{8EI\alpha^3} \quad (4.14)$$

ЛЕКЦИЯ 4. Основы проектирования гибких фундаментов на упругом основании

Метод местных упругих деформаций

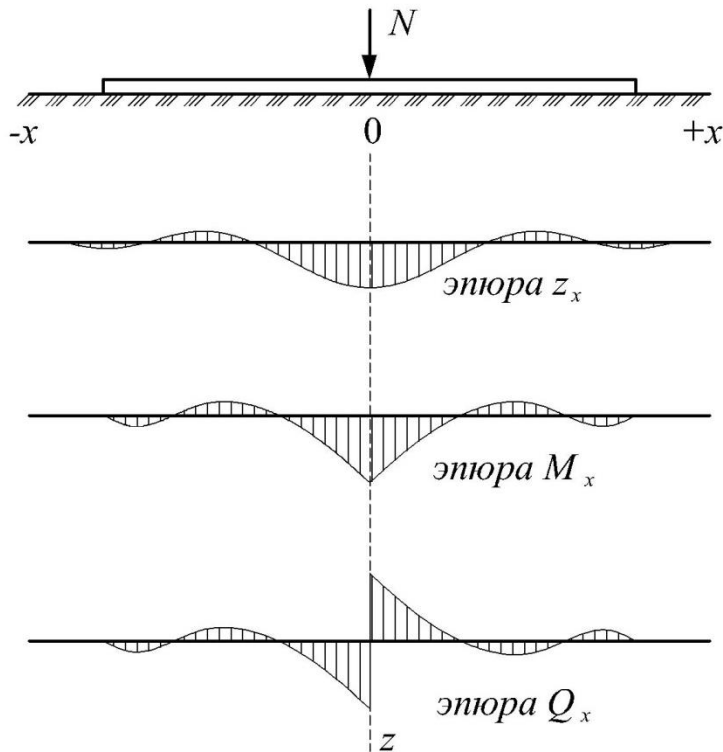


Схема эпюр прогибов z_x , изгибающих моментов M_x и перерезывающих сил Q_x для фундаментной балки (бесконечной)

Для бесконечно длинной фундаментной балки по методу местных упругих деформаций имеем:

$$z_x = \frac{N}{8EI\alpha^3} e^{-\alpha x} (\cos \alpha x + \sin \alpha x) \quad \text{— Прогиб} \quad (4.15)$$

$$M_x = -\frac{N}{4\alpha} \cdot e^{-\alpha x} (\sin \alpha x - \cos \alpha x) \quad \text{— Изгибающий момент} \quad (4.15a)$$

$$Q_x = \frac{N}{2} \cdot e^{-\alpha x} \cos \alpha x \quad \text{— Перерезывающая сила} \quad (4.15b)$$

Обозначим:

$$\begin{aligned} \xi_1 &= e^{-\alpha x} (\cos \alpha x + \sin \alpha x); \quad \xi_2 = e^{-\alpha x} (\sin \alpha x - \cos \alpha x); \\ \xi_3 &= e^{-\alpha x} \cos \alpha x \end{aligned} \quad (4.16)$$

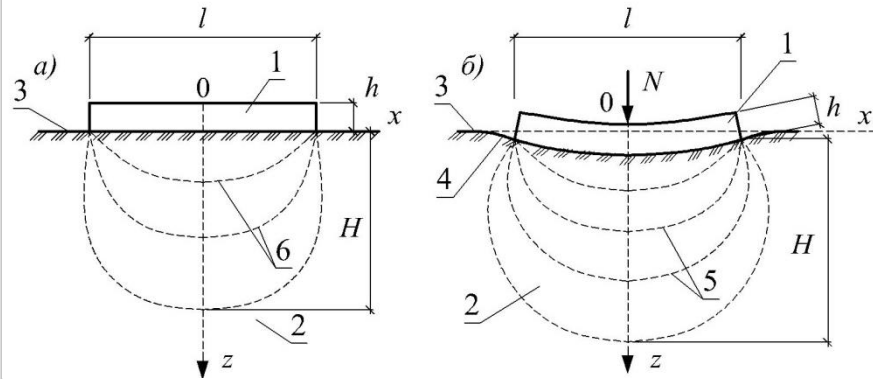
Окончательно имеем:

$$z_x = \frac{N}{8EI\alpha^3} \xi_1; \quad M_x = -\frac{N}{4\alpha} \xi_2; \quad Q_x = \frac{N}{2} \xi_3 \quad (4.17)$$

Значения ξ_1 , ξ_2 , ξ_3 табулированы, что значительно упрощает расчеты. **Область применения метода** местных упругих деформаций – для гибких фундаментных балок, работающих в условиях сильно сжимаемых грунтов ($E \leq 5$ МПа); на лессовых просадочных; слабых, когда подстилающий слой прочный. Трудность расчетов – правильное назначение параметров коэффициента постели.

ЛЕКЦИЯ 4. Основы проектирования гибких фундаментов на упругом основании

Метод общих упругих деформаций



Схемы к расчету основания и фундамента по методу общих упругих деформаций:

а, б – соответственно для фундаментной балки (полосы) до и после приложения внешней нагрузки; 1 – фундаментная балка с заданными показателями гибкости; 2 – линейно-деформируемое (упругое) основание; 3, 4 – положение поверхности основания за пределами фундамента; 5 – линии равных вертикальных перемещений грунта от действия внешней нагрузки и собственного веса фундамента; 6 – то же собственного веса фундамента; H – глубина деформируемой области основания

Метод базируется на решениях классической теории упругости однородных и изотропных тел, которые в известных пределах применимы для грунтов основания.

Исходными уравнениями упругих деформаций являются:

- плоская задача – уравнение Фламана:

$$z_x = \frac{N}{\pi C} \ln(x - \xi) + D \quad (4.18)$$

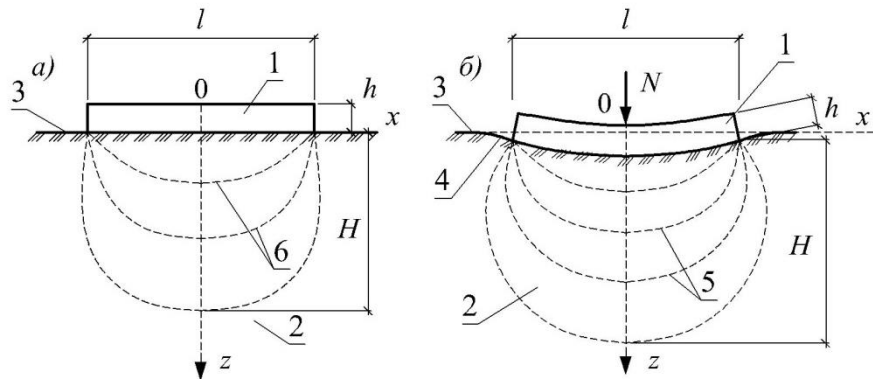
- пространственная задача – уравнение Буссинеска:

$$z_x = \frac{N}{\pi CR} \quad (4.19)$$

где x – координата точки поверхности, где определяется осадка; ξ – координата точки приложения силы N ; D – постоянная интегрирования; $C = E/(1 - \nu^2)$ – коэффициент жесткости основания, кПа; R – расстояние от точки приложения N до точки, где определяется осадка z_x , м.

Особенность метода упругих деформаций заключается в том, что он учитывает общие деформации грунта за пределами поверхности нагружения основания. Однако эти деформации (осадки) более **медленно затухают** при удалении от места загрузки по сравнению с наблюдаемыми в натуре.

Метод общих упругих деформаций



Схемы к расчету основания и фундамента по методу общих упругих деформаций:

а, б – соответственно для фундаментной балки (полосы) до и после приложения внешней нагрузки; 1 – фундаментная балка с заданными показателями гибкости; 2 – линейно-деформируемое (упругое) основание; 3, 4 – положение поверхности основания за пределами фундамента; 5 – линии равных вертикальных перемещений грунта от действия внешней нагрузки и собственного веса фундамента; 6 – то же собственного веса фундамента; H – глубина деформируемой области основания

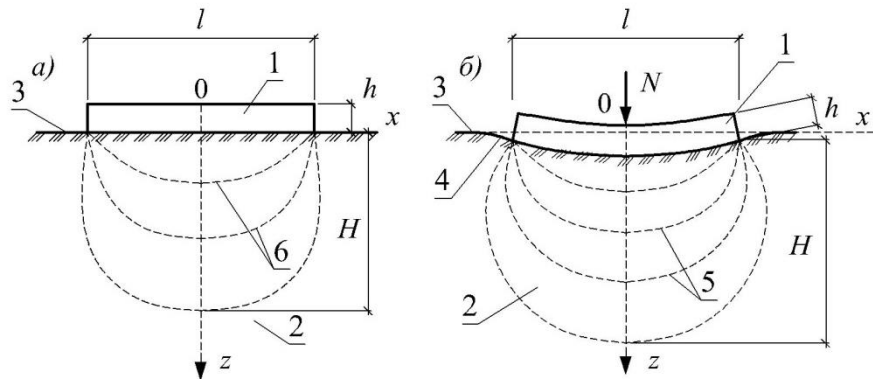
Расчет гибких фундаментов по методу общих упругих деформаций заключается в отыскании неизвестного закона распределения контактных давлений p_x по подошве фундамента. Используя дифференциальные уравнения изогнутой оси фундаментной балки (4.9) и уравнения деформаций поверхности основания Фламана (4.18) (плоская задача) или Буссинеска (4.19) (пространственная задача) можно записать:

$$EI \frac{d^4 z}{dx^4} \equiv \left[\frac{N}{\pi C} \ln(x - \xi) + D \right] \frac{N}{\pi C R} \quad (4.20)$$

Решая уравнение (4.20) для условий плоской или пространственной задачи, находим давление p_x по подошве гибкого фундамента, изгибающие моменты M_x и перерезывающие силы Q_x , действующие в его сечениях. **Практические расчеты** ведутся обычно с использованием готовых таблиц, которые составлены для различной относительной гибкости (уравнение (4.2)), при различном характере размещения нагрузок.

ЛЕКЦИЯ 4. Основы проектирования гибких фундаментов на упругом основании

Метод общих упругих деформаций



В методе **общих упругих деформаций** оценивается гибкость фундаментной балки показателем Γ , который принимается:

- плоская задача $\Gamma = \frac{10El^3}{E_k h^3}$ (4.21)

- пространственная задача $\Gamma = \frac{\pi El^3/b}{2(1-\nu^2)E_k I}$ (4.22)

где E – модуль деформации грунта, кПа; ν – коэффициент Пуассона грунта; l , b – размеры фундаментной балки, м; h – высота балки, м.

Область применения метода общих упругих деформаций – средне и малосжимаемые грунты основания; при большой суммарной мощности сжимаемых слоев; для расчета железобетонных плит сплошных, ребристых коробчатых.

Схемы к расчету основания и фундамента по методу общих упругих деформаций:

а, б – соответственно для фундаментной балки (полосы) до и после приложения внешней нагрузки; 1 – фундаментная балка с заданными показателями гибкости; 2 – линейно-деформируемое (упругое) основание; 3, 4 – положение поверхности основания за пределами фундамента; 5 – линии равных вертикальных перемещений грунта от действия внешней нагрузки и собственного веса фундамента; 6 – то же собственного веса фундамента; H – глубина деформируемой области основания



БЛАГОДАРЮ ЗА ВНИМАНИЕ!

Кубанский государственный
аграрный университет имени И. Т. Трубилина
*заведующий кафедрой «Основания и фундаменты»,
д-р техн. наук, профессор Полищук А. И.*